



سبقت (۰۵۱-۳۸۱۱۷)

نام آزمون: شمارش فلش تست ۲

پرمخاطب ترین سایت آموزش ریاضی ایران :

shakeryan.com

۱) تعداد جایگشت‌های حروف کلمه‌ی *computer* که در آن سه حرف *com* به صورت *com* قرار گرفته باشند چند تا است؟

۴ ۳۳۲۰

۳ ۷۲۰

۲ ۲۱۶۰

۱ ۳۶۰

۲) با حرف کلمه‌ی *computer* چند کلمه‌ی ۸ حرفی با حروف متمایز می‌توان نوشت که با حرف *m* شروع و در آن سه حرف *r* و *e* و *t* کنار هم قرار بگیرند؟

۴ ۷!

۳ $6! \times 3!$

۲ ۶!

۱ ۵!

۳) در یک همایش ۵ نفر جهت سخنرانی ثبت نام کرده اند. چند طریق ترتیب سخنرانی برای آنها وجود دارد، به طوری که بین سخنرانی دو فرد مورد نظر *a* و *b* از آنان فقط یک نفر سخنرانی کند؟

۴ ۴۰

۳ ۳۶

۲ ۲۴

۱ ۲۰

۴) حروف کلمه‌ی *LAGRANGE* را با جایگشت‌های مختلف کنار هم قرار می‌دهیم در چند حالت حروف یکسان کنار هم قرار می‌گیرند؟

۴ ۱۴۴۰

۳ ۷۲۰

۲ ۵۴۰

۱ ۳۶۰

۵) در چند جایگشت از حروف کلمه‌ی *tehran* حرف *r* بعد از *t* آمده است، به طوری که این دو حرف در کنار یکدیگر نیستند؟

۴ ۴۸۰

۳ ۳۶۰

۲ ۲۴۰

۱ ۱۲۰

۶) در چند جایگشت از حروف کلمه‌ی *karaj*، بین حروف *k* و *r* دقیقاً یک حرف قرار دارد؟

۴ ۲۴

۳ ۱۸

۲ ۶

۱ ۱۲

۷) چند عدد ۵ رقمی با ارقام ۲، ۰، ۰، ۰، ۳ می‌توان نوشت؟

۴ ۱۰

۳ ۸

۲ ۴

۱ ۲

۸) یک آشپز ده نوع ادویه دارد. او با استفاده از هر ۳ تا از این ادویه‌ها که با هم سازگاری دارند، یک طعم مخصوص درست می‌کند. اگر ادویه‌ها به دو دسته ۵ تایی سازگار تقسیم شوند که هیچ‌یک از ادویه‌های دسته اول با هیچ‌یک از ادویه‌های دسته دوم سازگاری نداشته باشند، این آشپز با استفاده از دقیقاً ۳ ادویه چند طعم مخصوص می‌تواند درست کند؟

۴ ۲۰

۳ ۳۰

۲ ۴۰

۱ ۱۵



۹ از ۱۰ پرسش موجود، به چند طریق می توان ۸ پرسش را جهت پاسخ گویی انتخاب کرد، به شرط آنکه حداقل ۴ پرسش از ۵ پرسش اول، انتخاب شود؟

- ۱) ۲۵ ۲) ۳۲ ۳) ۳۰ ۴) ۳۵

۱۰ در یک آپارتمان ۸ زوج زندگی می کنند. قرار است یک شورای ۶ نفره تشکیل شود. به چند طریق می توان این شورا را انتخاب کرد به طوری که فقط ۲ زوج زن و شوهر در شورا حضور داشته باشند؟

- ۱) ۱۶۸۰ ۲) ۸۰۰۸ ۳) ۴۰۰۴ ۴) ۱۸۴۸

۱۱ از هر یک از شهرهای تهران، مشهد، اصفهان و تبریز ۵ نفر در یک جمع حضور دارند. به چند طریق می توان ۳ نفر از بین این افراد انتخاب کرد به طوری که ۲ نفر آنها از یک شهر و نفر سوم از شهر دیگری باشد؟

- ۱) ۷۵۰ ۲) ۶۰۰ ۳) ۵۰۰ ۴) ۴۵۰

۱۲ در یک شرکت بین المللی افرادی از ایران و ۴ کشور خارجی مشغول به کار هستند. از هر کدام از کشورها ۳ نفر اما از ایران ۴ نفر مشغول به کار هستند. به چند طریق تیمی سه نفره می توان انتخاب نمود که هیچ دو نفری ملیت یکسان نداشته و سرپرست آنها ایرانی باشد؟

- ۱) ۲۱۶ ۲) ۴۸۰ ۳) ۱۲۰ ۴) ۵۱۲

۱۳ از میان ۸ ریاضیدان، ۶ فیزیکدان و ۵ شیمیدان قرار است کمیته ای علمی انتخاب شود. به چند طریق می توان یک کمیته ۳ نفره تشکیل داد به طوری که حداقل یک ریاضیدان در آن باشد؟

- ۱) ۸۰۴ ۲) ۶۸۳ ۳) ۸۴۰ ۴) ۶۰۵

۱۴ از هریک از قاره های آسیا، اروپا، آفریقا، اقیانوسیه و آمریکا ۱۰ ورزشکار به المپیک دعوت شده اند. به چند طریق می توانیم ۴ ورزشکار از میان آنها انتخاب کنیم به طوری که هم قاره ای نباشند؟

- ۱) ۵۰۰۰۰ ۲) ۴۰۰۰۰ ۳) ۲۱۰۰۰ ۴) ۴۵۰۰۰

۱۵ در مسابقه فوتبال، در ضربات پنالتی هر تیم ۵ ضربه می زند که اگر نتیجه مساوی شود، کار به ضربه ششم می کشد و تا جایی که فقط یک تیم ضربه اش را گل کند، ادامه می یابد. اگر بعد از اتمام ضربات ششم مسابقه تمام شود، چند حالت برای چینش گل شدن یا نشدن همه ضربات وجود دارد؟

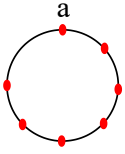
- ۱) ۱۰۰۸ ۲) ۱۲۶ ۳) ۵۰۴ ۴) ۲۵۲

۱۶ اگر $A = \{a, b, c, d, e, f, g\}$ باشد، تعداد زیرمجموعه های ۴ عضوی این مجموعه که دارای عضو a و فاقد عضو b باشد، چقدر است؟

- ۱) ۶ ۲) ۸ ۳) ۱۰ ۴) ۱۲



۱۷) هفت نقطه همانند شکل مقابل، روی محیط یک دایره قرار دارند. چند چهارضلعی به رئوس این هفت نقطه می‌توان کشید که شامل رأس a باشند؟



۲۰ (۴)

۱۰ (۳)

۳۵ (۲)

۱۵ (۱)

۱۸) با ارقام ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶ و ۷ چند عدد سه رقمی زوج بدون تکراری می‌توان نوشت به طوری که فقط یک رقم فرد داشته باشد؟

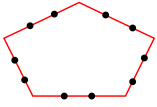
۶۴ (۴)

۴۸ (۳)

۳۶ (۲)

۲۴ (۱)

۱۹) با نقاط مشخص شده در شکل مقابل چند مثلث می‌توان ساخت به طوری که هیچ دو رأس مثلث روی یک ضلع پنج ضلعی نباشند؟



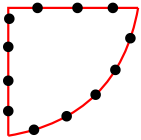
۸۰ (۴)

۶۰ (۳)

۴۰ (۲)

۳۰ (۱)

۲۰) با نقاط مشخص شده در شکل مقابل چند مثلث می‌توان ساخت؟



۲۲۵ (۴)

۲۲۰ (۳)

۲۱۵ (۲)

۲۱۰ (۱)

۲۱) مریم، زهرا و مینا به همراه ۳ نفر از دوستانشان به چند طریق می‌توانند در یک ردیف کنار هم بنشینند به طوری که زهرا بین مریم و مینا (نه لزوماً بلافاصله) قرار می‌گیرند؟

۲۴۰ (۴)

۱۲۰ (۳)

۱۸۰ (۲)

۳۶۰ (۱)

۲۲) ۶ کتاب ادبیات متمایز و ۲ کتاب شیمی متمایز را به چند طریق می‌توان در یک قفسه کنار هم چید، به طوری که دقیقاً ۲ کتاب ادبیات بین ۲ کتاب شیمی قرار گیرد؟

۴۸۰۰ (۴)

۷۲۰۰ (۳)

۱۹۲۰ (۲)

۹۶۰ (۱)

۲۳) یک نان سنگک، یک نان بربری و یک نان لواش را به چند طریق می‌توان بین ۵ نفر تقسیم کرد، به طوری که افراد دریافت‌کننده نان، دقیقاً یک عدد نان دریافت کنند؟

 $P(5, 3)$ (۴) $P(5, 2)$ (۳) $C(5, 4)$ (۲) $C(5, 3)$ (۱)

۲۴) با اعداد طبیعی یک رقمی، چند عدد چهار رقمی بدون تکرار ارقام می‌توان ساخت که از ارقام زوج، بیش‌تر از ارقام فرد در ساخت عدد استفاده شده باشد؟

۷۴۴ (۴)

۵۰۴ (۳)

۱۵۱۲ (۲)

۲۴۰ (۱)

۲۵) اگر $\binom{n}{2} - \binom{n-1}{2} = 6$ باشد در این صورت حاصل $p(n, 4)$ کدام است؟

۷۴۰ (۴)

۷۰۰ (۳)

۸۴۰ (۲)

۸۰۰ (۱)



پاسخنامه تشریحی

باتوجه به این که خواستی سوال وجود عبارت com در کلمه‌ی مورد نظر می‌باشد. عبارت com را یک شیء در نظر می‌گیریم. پس شش شیء متمایز، com, p, u, t, e, r وجود خواهد داشت که $6! = 720$ ، تعداد جایگشت‌های مطلوب سوال خواهد بود.

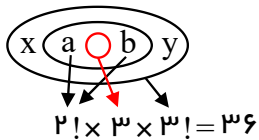
۱ ۲ ۳ ۴ ۵

$$m, \underbrace{ret, c, o, p, u}_{\text{شیء ۵}} \rightarrow \underbrace{5!}_{\text{جابه جایی ۵ شیء}} \times \underbrace{3!}_{\text{جابه جایی } r, e, t} = 5! \times 6 = 6!$$

m ثابت است

۱ ۲ ۳ ۴ ۵

a, b به $2!$ حالت جابجا می‌شوند، نفر وسط 3 حالت دارد a, b و نفر وسط را یک حالت در نظر می‌گیریم با 2 نفر باقی مانده گروهی 3 نفره می‌شوند که $3!$ حالت جابجا می‌شوند.



۱ ۲ ۳ ۴ ۵

AA را یک حرف و GG را نیز یک حرف در نظر می‌گیریم.

$$\boxed{AA} \boxed{GG} LRNE \Rightarrow 6! = 720.$$

جابه جایی A با A و جابه جایی G با G چون یکسان هستند اهمیت ندارد.

ابتدا تمام جایگشت‌هایی را که حرف r و t در کنار یکدیگر نیستند، می‌یابیم. برای این کار تمام حالات را محاسبه می‌کنیم و حالاتی را که این دو کنار هم هستند، از آن کم می‌کنیم:

$$\left. \begin{array}{l} \text{همه حالات} = 6! \\ r \text{ و } t \text{ کنار هم بودن} = 2! \times 5! \end{array} \right\} \Rightarrow \text{حالات مطلوب} = 6! - 2 \times 5! = 720 - 240 = 480.$$

در نیمی از حالات r بعد t و نیمی دیگر از حالات r قبل t آمده است؛ پس مطلوب مسئله برابر است با:

$$\frac{480}{2} = 240.$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۵

$$\left. \begin{array}{l} \text{باشد } a \text{ بین } r, k : \boxed{kar} aj \rightarrow 3! \times \underbrace{2!}_{\text{جابه جایی } k, r} = 12 \\ \text{باشد } j \text{ بین } r, k : \boxed{kjr} aa \rightarrow \frac{3!}{2!} \times \underbrace{2!}_{\text{جابه جایی } r, k} = 6 \end{array} \right\} \rightarrow 12 + 6 = 18$$

کل اعداد 5 رقمی را حساب کرده و سپس حالاتی را که رقم اول صفر است را از آن کم می‌کنیم.

۱ ۲ ۳ ۴ ۵

$$\frac{5!}{3!} - \frac{4!}{2!} = 20 - 12 = 8$$

چون هیچ‌یک از ادویه‌های دسته اول با دسته دوم سازگاری ندارند بنابراین سه ادویه از دسته اول یا سه ادویه از دسته دوم را برای ترکیب کردن می‌تواند انتخاب کند:

$$\binom{5}{3} + \binom{5}{3} = 10 + 10 = 20.$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۵

این کار بدین صورت انجام‌پذیر است: 4 سؤال از 5 سؤال اول و 4 سؤال از 5 سؤال دوم یا 5 سؤال از 5 سؤال اول و 3 سؤال از 5 سؤال دوم را می‌توان جهت پاسخ دادن، انتخاب کرد.

$$\binom{5}{4} \times \binom{5}{4} + \binom{5}{5} \times \binom{5}{3} = 35$$

ابتدا دو زوج (4) نفر را به $\binom{8}{2}$ طریق انتخاب می‌کنیم. حال برای دو نفر باقی مانده از 6 زوج باقی مانده، ابتدا 2 زوج را به $\binom{6}{2}$ طریق انتخاب کرده و از هر زوج انتخاب شده یکی از زن و شوهرها را به $\binom{2}{1} \binom{2}{1}$ طریق انتخاب می‌کنیم.

$$\text{تعداد کل حالات} = \binom{8}{2} \binom{6}{2} \binom{2}{1} \binom{2}{1} = 28 \times 15 \times 2 \times 2 = 1680.$$

ابتدا شهری که 2 نفر از آن باید انتخاب شوند را به $\binom{4}{1}$ حالت و سپس شهر نفر سوم را به $\binom{3}{1}$ حالت انتخاب می‌کنیم.

۱ ۲ ۳ ۴ ۵

دو نفر هم شهری به $\binom{5}{2}$ حالت و نفر سوم نیز به $\binom{5}{1}$ حالت انتخاب می‌شود. پس تعداد حالات برابر می‌شود با:

$$\begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \end{pmatrix} = 4 \times 3 \times 10 \times 5 = 600$$

ابتدا از ۴ نفر ایرانی، ۱ سرپرست انتخاب می‌کنیم که به $\begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix}$ حالت صورت می‌گیرد. سپس دو ملیت متمایز انتخاب کرده و از هر کدام از آن‌ها ۱ نفر انتخاب می‌کنیم که به $\begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix}$ حالت انجام می‌گیرد:

تعداد حالتها: $\binom{4}{1} \times \binom{4}{2} \times \binom{3}{1} \times \binom{3}{1} = 4 \times 6 \times 3 \times 3 = 216$

سؤال از ما خواسته است که تعداد کمیته‌هایی را که حداقل یک ریاضیدان در آن عضو است، حساب کنیم. برای راحتی کار تعداد کمیته‌هایی را که هیچ ریاضیدانی در آن عضو نیست حساب کرده و از تعداد کل حالات کم می‌کنیم:

تعداد کل حالاتی که می‌توان کمیته ۳ نفره تشکیل داد:

$$\binom{19}{3} = \frac{19 \times 18 \times 17}{6} = 969$$

تعداد کمیته‌های سه نفره که هیچ ریاضیدانی عضو آن نیست:

$$\binom{11}{3} = \frac{11 \times 10 \times 9}{6} = 165$$

تعداد کل کمیته‌هایی که حداقل یک ریاضیدان در آن عضو است:

$$969 - 165 = 804$$

$$\begin{pmatrix} \delta \\ \epsilon \end{pmatrix} = \delta$$

ابتدا ۴ قاره از بین قاره‌های موجود انتخاب می‌کنیم:

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = 1000$$

سپس از هر قاره یک ورزشکار انتخاب می‌کنیم:

$$5 \times 10000 = 50000$$

پس در کل داریم:

در ابتدا باید شرط تساوی را اعمال کنیم؛ تساوی می‌تواند $0 - 1, 0 - 1, 1 - 0, 1 - 1, 0 - 0, 1 - 1, 0 - 0, 1 - 1, 0 - 0, 1 - 1$ باشد.

برای $0 - 0 - 5 - 5$ فقط یک حالت وجود دارد ولی برای $1 - 1$ تیم A دارای $\binom{5}{1}$ حالت و تیم B دارای $\binom{5}{1}$ حالت است که هر کدام یک ضربه را گل کند و به همین ترتیب داریم:

$$\binom{5}{0}^r + \binom{5}{1}^r + \binom{5}{2}^r + \binom{5}{3}^r + \binom{5}{4}^r + \binom{5}{5}^r = 1 + 5r + 10r^2 + 10r^3 + 5r^4 + 1 = 5r^5$$

حال در ضربه ششم فقط یکی از تیم‌های A و B باید ضربه‌اش را گل کند که در مجموع ۲ حالت ممکن است.

$$252 \times 2 = 504$$

هدف، یافتن زیر مجموعه‌هایی در قالب $\{a, -, -, -\}$ است که شامل عضو b نیست. در این صورت اعضای a و b را از مجموعه A کنار گذاشته و از ۵ عضو باقی‌مانده باید ۳ انتخاب داشته باشیم:

$$\begin{pmatrix} 5 \\ 7 \end{pmatrix} = 10$$

۱۷ ۱ ۲ ۳ ۴ برای تشکیل چهارضلعی، احتیاج به چهار رأس داریم که باید از هفت نقطه‌ی داده شده انتخاب شوند. چون می‌خواهیم چهارضلعی، حتماً شامل رأس a باشد، پس رأس a را انتخاب شده فرض می‌کنیم، در نتیجه ۳ نقطه‌ی دیگر باید از ۶ نقطه‌ی باقیمانده انتخاب شود پس تعداد کل حالات برابر است با: $\binom{6}{3} = ۲۰$

$$\begin{pmatrix} 6 \\ 3 \end{pmatrix} =$$

1 2 3 4 18

یک رقم فرد از چهار رقم فرد و دو رقم زوج از سه رقم زوج به $\binom{3}{2} \times \binom{4}{1}$ طریق انتخاب می‌کنیم اکنون باید جایجایی یک رقم فرد و دو رقم زوج را حساب کنیم به شرط آنکه یکان حتماً زوج باشد. $2 \times 1 \times 2 = 4$

$\boxed{۲} \times \boxed{۱} \times \boxed{۲}$
 ↓
 یکی از دو رقم زوج

یکی از دو رقم زوج

$$\text{کل حالات} = \binom{4}{1} \times \binom{3}{2} \times 4 = 4 \times 3 \times 4 = 48$$

ابتدا سه ضلع از پنج ضلع را انتخاب کرده و سپس از هر ضلع انتخاب شده یکی از دو نقطه را انتخاب می‌کنیم یعنی:

$$\begin{pmatrix} 5 \\ 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} = \lambda_0.$$

ابتدا سه نقطه را از بین ۱۲ نقطه داده شده انتخاب می‌کنیم $\frac{12 \times 11 \times 10}{6} = \binom{12}{3}$ سپس حالت‌های نامطلوب را از آن کم می‌کنیم (با نقاطی

که روی یک خط راست باشند نمی‌توان مثلث ساخت) $\binom{4}{3} + \binom{3}{3} = 1 + 4 = 5$ بنابراین تعداد مثلث‌ها برابر است با: $215 - 5 = 210$

از شش جایگاه سه جایگاه مربوط به مریم و زهرا و مینا است مثلاً اینگونه: (مینا ○ زهرا ○○ مریم) پس ابتدا سه جایگاه را برای این سه نفر انتخاب می‌کنیم

یعنی $\binom{6}{3}$ سپس جای مینا و مریم را با هم عوض می‌کنیم یعنی ۲! سپس ۳ نفر دیگر را به ۳ طریق کنار هم جا به جا می‌کنیم پس داریم:

$$\binom{6}{3} \times 2! \times 3! = 240.$$

۲۲ ۱ ۲ ۳ ۴ ابتدا باید ۲ کتاب ادبیات را از بین ۶ کتاب ادبیات انتخاب کنیم، این کار به $\binom{6}{2}$ حالت امکان پذیر است. دقیقاً ۲ کتاب ادبیات بین دو کتاب شیمی قرار دارد،



لذا داریم: (شیمی، ادبیات، ادبیات، شیمی) که کتاب‌های شیمی و ادبیات در این دسته ۲! چیدمان دارند. در آخر، دسته‌ی بیان شده همراه چهار کتاب ادبیات دیگر، ۵! جایگشت دارند. در مجموع داریم:

$$\binom{6}{2} \times 2! \times 2! \times 5! = 7200$$

۲۳) نان سنگک می‌تواند ۵ انتخاب داشته باشد تا به شخص خاصی تعلق گیرد. حال نان بربری نمی‌تواند به آن شخص برسد و ۴ حالت برای آن وجود دارد.

۲۴) نان لواش هم ۳ انتخاب دارد. پس در مجموع داریم:

$$5 \times 4 \times 3 = \frac{5!}{2!} = P(5, 3)$$

۲۴) اعداد طبیعی ۱ تا ۹ را در نظر بگیرید.

اگر ۳ رقم زوج و یک رقم فرد باشد:

$$\underbrace{\binom{5}{1}}_{\text{یک رقم فرد}} \times \underbrace{\binom{4}{3}}_{\text{سه رقم زوج}} \times \underbrace{4!}_{\text{جایگشت ارقام}} = 5 \times 4 \times 24 = 480$$

اگر هر ۴ رقم زوج باشد:

$$\underbrace{\binom{4}{4}}_{\text{چهار رقم زوج}} \times \underbrace{4!}_{\text{جایگشت ارقام}} = 1 \times 24 = 24$$

در مجموع داریم:

$$\text{کل حالات} = 480 + 24 = 504$$

۲۵) ۱ ۲ ۳ ۴

$$\begin{aligned} \binom{n}{2} - \binom{n-1}{2} &= 6 \rightarrow \frac{n(n-1)}{2} - \frac{(n-1)(n-2)}{2} = 6 \\ \times 2 &\rightarrow n(n-1) - (n-1)(n-2) = 12 \rightarrow n^2 - n - n^2 + 2n + n - 2 = 12 \rightarrow 2n = 14 \rightarrow n = 7 \\ p(n, 4) &\xrightarrow{n=7} p(7, 4) = \frac{7!}{3!} = \frac{7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3!}{3!} = 840 \end{aligned}$$

پاسخنامه کلیدی

۱	۱	۲	۳	۴
۲	۱	۲	۳	۴
۳	۱	۲	۳	۴
۴	۱	۲	۳	۴
۵	۱	۲	۳	۴
۶	۱	۲	۳	۴
۷	۱	۲	۳	۴

۸	۱	۲	۳	۴
۹	۱	۲	۳	۴
۱۰	۱	۲	۳	۴
۱۱	۱	۲	۳	۴
۱۲	۱	۲	۳	۴
۱۳	۱	۲	۳	۴
۱۴	۱	۲	۳	۴

۱۵	۱	۲	۳	۴
۱۶	۱	۲	۳	۴
۱۷	۱	۲	۳	۴
۱۸	۱	۲	۳	۴
۱۹	۱	۲	۳	۴
۲۰	۱	۲	۳	۴
۲۱	۱	۲	۳	۴

۲۲	۱	۲	۳	۴
۲۳	۱	۲	۳	۴
۲۴	۱	۲	۳	۴
۲۵	۱	۲	۳	۴